

Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

- Modalități de lucru diferențiate
- Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea I

8

Ediția a II-a

ÎNVĂȚARE DE INITIERE 
sustinere, remediere



Editura Paralela 45

Cuprins

TESTE DE EVALUARE ÎNȚĂLĂ	5
---------------------------------------	---

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMI DE NUMERE REALE. INTERVALE

Lecția 1. Mulțimi de numere	8
Lecția 2. Axa numerelor reale. Aproximări, rotunjiri. Compararea numerelor reale	10
Lecția 3. Valoarea absolută a unui număr real	12
Lecția 4. Intervale de numere reale. Operații cu intervale.....	15
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	18
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	19

CAPITOLUL II. REGULI DE CALCUL ÎN $\mathbb{R}$

Lecția 5. Adunarea și scăderea numerelor reale	21
Lecția 6. Înmulțirea numerelor reale	24
Lecția 7. Împărțirea numerelor reale	26
Lecția 8. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale.....	29
Lecția 9. Raționalizarea numitorilor.....	31
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	35
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	36

CAPITOLUL III. CALCULE CU NUMERE REALE REPREZENTATE PRIN LITERE

Lecția 10. Numere reale reprezentate prin litere.	
Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere	38
Lecția 11. Înmulțirea numerelor reale reprezentate prin litere	40
Lecția 12. Ridicarea la putere cu exponent natural a numerelor reale reprezentate prin litere.....	43
Lecția 13. Împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere	44
Lecția 14. Formule de calcul prescurtat	46
Lecția 15. Descompunerea în factori.....	49
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	52
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	54

CAPITOLUL IV. RAPOARTE DE NUMERE REALE REPREZENTATE PRIN LITERE

Lecția 16. Rapoarte de numere reale reprezentate prin litere	56
Lecția 17. Amplificarea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	58
Lecția 18. Simplificarea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere.....	60
Lecția 19. Adunarea și scăderea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	62
Lecția 20. Înmulțirea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	65
Lecția 21. Împărțirea rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere	67
Lecția 22. Puterea cu exponent natural a rapoartelor de numere reale reprezentate prin litere.....	69
Lecția 23. Operații cu rapoarte de numere reale reprezentate prin litere.....	71
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	75
<i>Fișă pentru portofoliul elevului</i>	77

GEOMETRIE

CAPITOLUL I. PUNCTE, DREPT, PLANE, CORPURI GEOMETRICE

Lecția 1. Determinarea drepte. Determinarea planului	79
Lecția 2. Tetraedrul și piramida	82
Lecția 3. Prisma.....	85
Lecția 4. Pozițiile relative a două drepte în spațiu. Relația de paralelism în spațiu.....	89
Lecția 5. Unghiul a două drepte în spațiu.....	91
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>94</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	<i>95</i>
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	<i>97</i>

CAPITOLUL II. RELAȚII ÎNTRE PUNCTE, DREPT ȘI PLANE

Lecția 6. Pozițiile relative ale unei drepte față de un plan.....	98
Lecția 7. Dreapta perpendiculară pe un plan. Distanța de la un punct la un plan.....	101
Lecția 8. Înălțimea piramidei. Apotema piramidei.....	104
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>106</i>
Lecția 9. Pozițiile relative a două plane. Plane paralele	108
Lecția 10. Înălțimea prisme. Distanța dintre două plane paralele	110
Lecția 11. Secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate.....	113
Lecția 12. Trunchiul de piramidă regulată	115
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>118</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	<i>120</i>
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	<i>122</i>

CAPITOLUL III. PROIECȚII ORTOGONALE PE UN PLAN

Lecția 13. Proiecții ortogonale pe un plan.....	123
Lecția 14. Unghiul dintre o dreaptă și un plan. Lungimea proiecției unui segment	126
Lecția 15. Teorema celor trei perpendiculare. Distanța de la un punct la o dreaptă.....	128
Lecția 16. Unghiul plan corespunzător unui unghi diedru. Unghiul dintre două plane.....	131
Lecția 17. Plane perpendiculare	134
<i>Evaluare sumativă * Autoevaluare</i>	<i>136</i>
<i>Fișă pentru portofoliul elevului.....</i>	<i>138</i>
<i>Aplicăm ce am învățat</i>	<i>140</i>

MODELE DE TEZE PENTRU SEMESTRUL I

141

MODELE DE TESTE DE EVALUARE NAȚIONALĂ

143

INDICAȚII ȘI RĂSPUNSURI.....

148

Teste de evaluare inițială

Testul 1

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,5p) 1. Stabiliți care dintre următoarele propoziții este adevărată:

- A. $-\sqrt{25} \in \mathbb{N}$; B. $-\sqrt{25} \in \mathbb{Z}$; C. $-\sqrt{25} \notin \mathbb{Q}$; D. $-\sqrt{25} \in \mathbb{I}$.

(0,5p) 2. Opusul numărului rațional $\frac{8}{5}$ este numărul rațional:

- A. $-\frac{8}{5}$; B. $\frac{5}{8}$; C. $\frac{8}{5}$; D. $-\frac{5}{8}$.

(0,5p) 3. Media aritmetică a numerelor naturale 3 și 6 este egală cu:

- A. 5; B. 2,5; C. 4,5; D. 7.

(0,5p) 4. Raționalizând numitorul raportului $\frac{2}{\sqrt{6}}$ obținem raportul:

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$; B. $\frac{\sqrt{6}}{4}$; C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$; D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

(0,5p) 5. Dintre numerele raționale pozitive 0,(32); 0,33; 0,3(2) și 0,32, cel mai mare este:

- A. 0,3(2); B. 0,32; C. 0,33; D. 0,(32).

(0,5p) 6. Rezultatul calculului $(2\sqrt{5}) : \sqrt{10} - \sqrt{2}$ este egal cu:

- A. 0; B. $\sqrt{2}$; C. $\sqrt{5}$; D. 3.

(0,5p) 7. În triunghiul ABC , notăm cu M și N mijloacele laturilor $[AB]$, respectiv $[AC]$. Dacă $MN = 7$ cm, atunci BC este egală cu:

- A. 21 cm; B. 3,5 cm; C. 5,5 cm; D. 14 cm.

(0,5p) 8. Într-o urnă sunt 6 bile albe și 9 bile negre. Extrăgând o bilă, probabilitatea ca aceasta să fie albă este egală cu:

- A. $\frac{1}{6}$; B. $\frac{2}{5}$; C. $\frac{3}{4}$; D. $\frac{1}{9}$.

(0,5p) 9. Distanța dintre punctele $A(3; 0)$ și $B(1; 2\sqrt{3})$ exprimată în centimetri este:

- A. $\sqrt{2}$ cm; B. 6 cm; C. 4 cm; D. $\sqrt{3}$ cm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,8p) 1. Descompuneți în factori suma algebrică $S(x) = 3x^4 - 6x^3 + 3x^2$.

2. Se consideră numărul real $a = \left(\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \right) : 2, (6)$.

(0,7p) a) Arătați că $a = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

(0,8p) b) Știind că $\sqrt{6} > 2,4$, arătați că $a^{-1} > 0,8$, unde $a^{-1} = \frac{1}{a}$.

3. Pe cercul $C(0, 4 \text{ cm})$ considerăm punctele A, B și C astfel încât $m(\widehat{ACB}) = 3m(\widehat{AB})$. Calculați:

(0,7p) a) $m(\widehat{AB})$; (0,7p) b) AB ; (0,8p) c) $\mathcal{A}_{AOB}$.

Testul 2

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,5p) 1. Stabiliți care dintre următoarele propoziții este adevărată:

A. $\sqrt{0,(1)} \in \mathbb{N}$; B. $\sqrt{0,(1)} \in \mathbb{Z}$; C. $\sqrt{0,(1)} \in \mathbb{Q}$; D. $\sqrt{0,(1)} \in \mathbb{I}$.

(0,5p) 2. Rezultatul calculului $\sqrt{9} - \sqrt{16}$ este egal cu:

A. 1; B. -1; C. 7; D. -7.

(0,5p) 3. Soluția inecuației $x + 1 \leq 2, x \in \mathbb{N}^*$, este:

A. $\emptyset$; B. $\{1\}$; C. $\{2\}$; D. $\{0\}$.

(0,5p) 4. Media geometrică a numerelor 9 și 25 este egală cu:

A. 12; B. 16; C. 24; D. 15.

(0,5p) 5. Rotunjirea la a doua zecimală a numărului 3,(5) este egală cu:

A. 3,66; B. 3,65; C. 3,56; D. 3,55.

(0,5p) 6. Dezvoltând pătratul binomului $(x - 5)^2$ obținem:

A. $x^2 + 10x + 25$; B. $x^2 + 20x + 25$;
C. $x^2 - 10x + 25$; D. $x^2 + 10x - 25$.

(0,5p) 7. Știind că $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, atunci $m(\sphericalangle A)$ este egală cu:

A. 30° ; B. 45° ; C. 60° ; D. 90° .

(0,5p) 8. Rezultatul calculului $(x + x)^3 : (-2x)^2$ este egal cu:

A. $2x$; B. $3x^2$; C. $2x^3$; D. $4x$.

(0,5p) 9. Dacă $\triangle ABC \sim \triangle DEF$, $AB = 8 \text{ cm}$, $BC = 12 \text{ cm}$, $CA = 16 \text{ cm}$ și $DE = 2 \text{ cm}$, atunci $\mathcal{P}_{DEF}$ este egal cu:

A. 6 cm; B. 9 cm; C. 8 cm; D. 7 cm.

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,8p) 1. Rezolvați în $\mathbb{Q}$ ecuația $\frac{x-1}{3} + 2 = 1\frac{1}{4}$.

2. Se consideră mulțimile $A = \{-1, 3\}$ și $B = \{-2; 2\}$.

(0,7p) a) Determinați mulțimea $A \times B$.

(0,8p) b) Determinați aria patrulaterului ale cărui vârfuri sunt reprezentările grafice ale elementelor mulțimii $A \times B$ în sistemul de axe ortogonale xOy .

3. În paralelogramul $ABCD$ cu $m(\sphericalangle A) = 150^\circ$, $AB = 12 \text{ cm}$ și $BC = 10 \text{ cm}$ construim înălțimile AE , $E \in (BC)$ și AF , $F \in (CD)$. Calculați:

6 (0,7p) a) $\mathcal{A}_{ABCD}$; (0,7p) b) $[AE]$ și $[AF]$; (0,8p) c) $\mathcal{A}_{AEF}$.

Testul 3

Se acordă 1 punct din oficiu.

Partea I – Scrieți litera corespunzătoare singurului răspuns corect.

(0,5p) 1. Stabiliți care dintre următoarele propoziții este adevărată:

- A. $\sqrt{0,5} \in \mathbb{N}$; B. $\sqrt{0,5} \in \mathbb{Z}$; C. $\sqrt{0,5} \in \mathbb{Q}$; D. $\sqrt{0,5} \in \mathbb{I}$.

(0,5p) 2. Inversul numărului real $-\frac{1}{7}$ este egal cu:

- A. $-\frac{1}{7}$; B. -7 ; C. 7 ; D. $\frac{1}{7}$.

(0,5p) 3. Rezultatul calculului $0,(6) - 1$ este egal cu:

- A. $-\frac{2}{3}$; B. $\frac{1}{3}$; C. $\frac{5}{6}$; D. $-\frac{1}{3}$.

(0,5p) 4. Dintre numerele raționale pozitive $0,(32)$; $0,33$; $0,3(2)$ și $0,32$, mai mare este:

- A. $0,3(2)$; B. $0,33$; C. $0,32$; D. $0,(32)$

(0,5p) 5. Soluția ecuației $\sqrt{5}x + 3 = 8$, $x \in \mathbb{R}$, este egală cu:

- A. $\sqrt{5}$; B. $-\sqrt{5}$; C. $-\sqrt{3}$; D. $\sqrt{3}$.

(0,5p) 6. Dacă $(x - \sqrt{7})(x + \sqrt{7}) = x^2 - a$, atunci numărul a este egal cu:

- A. $\sqrt{2}$; B. 4 ; C. 7 ; D. $\sqrt{7}$.

(0,5p) 7. Fie $ABCD$ un trapez cu $AB \parallel CD$. Dacă $AB = 9$ cm și $CD = 13$ cm, atunci linia mijlocie a trapezului are lungimea de:

- A. 10 cm; B. 11 cm; C. 14 cm; D. 17 cm.

(0,5p) 8. Produsul cartezian al mulțimilor $A = \{a, b\}$ și $B = \{d\}$ este egal cu:

- A. $\{\{a, b\}, (b, a)\}$; B. $\{(a, b), (a, d)\}$;
C. $\{(a, d), (b, d)\}$; D. $\{(d, a), (d, b)\}$.

(0,5p) 9. Aria triunghiului ABC cu $m(\sphericalangle A) = 90^\circ$, $AB = 3$ cm și $BC = 5$ cm este egală cu:

- A. 8 cm^2 ; B. 4 cm^2 ; C. 9 cm^2 ; D. 6 cm^2 .

Partea a II-a – La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(0,8p) 1. Aflați lungimea segmentului AB dacă $A(-1; \sqrt{3})$ și $B(2; -2\sqrt{3})$.

2. Se consideră numerele $a = \left(-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^3$ și $b = \left(-\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^5$. Calculați:

(0,7p) a) suma numerelor a și b ;

(0,8p) b) media geometrică a numerelor $|a|$ și $|b|$.

3. În pătratul $ABCD$ cu latura de 8 cm considerăm punctul $E \in (AB)$ astfel încât $BE = 6$ cm. Calculați:

(0,7p) a) $\mathcal{A}_{ABCD}$; (0,7p) b) $\mathcal{P}_{EBC}$; (0,8p) c) $d(D, CE)$.

ALGEBRĂ

Capitolul I

MULȚIMI DE NUMERE REALE. INTERVALE

Competențe specifice

- Identificarea în exemple, în exerciții sau în probleme a numerelor reale
- Alegerea formei de reprezentare a unui număr real
- Folosirea terminologiei aferente noțiunii de număr real (semn, modul, opus, invers, parte întreagă, parte fracționară) în contexte variate
- Utilizarea în exerciții a definiției intervalelor de numere reale și reprezentarea acestora pe axa numerelor

Lecția 1. Mulțimi de numere



Ce trebuie să știm

În clasele anterioare au fost definite următoarele **mulțimi de numere**:

- $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ (mulțimea numerelor **naturale**);
- $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ (mulțimea numerelor **întregi**);
- $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$ (mulțimea numerelor **raționale**);
- $\mathbb{I} = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ (mulțimea numerelor **iraționale**);
- $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ (mulțimea numerelor **reale**).

În plus, au fost definite mulțimile $\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor naturale nenule), $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor întregi nenule), $\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor raționale nenule) și $\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ (mulțimea numerelor reale nenule).



Știm să răspundem?

Propoziția „ $\mathbb{Q} \cap \mathbb{I} = \emptyset$.” este



Înțelegere * Identificare (Să rezolvăm împreună)

1. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

- a) $\sqrt{4} \in \mathbb{N}$; b) $\sqrt{4} \in \mathbb{Z}$; c) $\sqrt{4} \in \mathbb{Q}$; d) $\sqrt{4} \in \mathbb{I}$; e) $\sqrt{4} \in \mathbb{R}$.

Soluție: $\sqrt{4} = 2$, prin urmare:

- a) A; b) A; c) A; d) F; e) A.

2. Arătați că numărul:

- a) $\sqrt{0,48} \in \mathbb{I}$; b) $\sqrt{5,(4)} \in \mathbb{Q}$; c) $\sqrt{25^7} \notin \mathbb{I}$.

Soluție:

$$a) \sqrt{0,48} = \sqrt{\frac{48}{100}} = \sqrt{\frac{12}{25}} = \sqrt{\frac{2^2 \cdot 3}{5^2}} = \frac{2\sqrt{3}}{5}, \text{ dar } \sqrt{3} \in \mathbb{I}, \text{ deci } \sqrt{0,48} \in \mathbb{I};$$

$$b) \sqrt{5,(4)} = \sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{9 \cdot 5 + 4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \sqrt{\frac{7^2}{3^2}} = \frac{7}{3}, \text{ deci } \sqrt{5,(4)} \in \mathbb{Q}.$$

$$c) \sqrt{25^7} = \sqrt{(5^2)^7} = \sqrt{5^{14}} = \sqrt{(5^7)^2} = 5^7, \text{ deci } \sqrt{25^7} \in \mathbb{I}.$$



Fixare * Însușirea cunoștințelor

1. Transformați următoarele fracții ordinare în fracții zecimale:

$$a) \frac{39}{10} = \dots; \quad b) \frac{7}{2} = \dots; \quad c) \frac{14}{3} = \dots; \quad d) \frac{5}{11} = \dots; \quad e) \frac{5}{6} = \dots; \quad f) \frac{49}{15} = \dots$$

2. Transformați următoarele fracții zecimale în fracții ordinare ireductibile:

$$a) 10,8; \quad b) 3,25; \quad c) -0,(3); \quad d) 1,(54); \quad e) 0,2(7); \quad f) 2,6(1).$$

3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

$$a) 8 \in \mathbb{N}; \quad b) 8 \in \mathbb{Z}; \quad c) 8 \in \mathbb{Q}; \quad d) 8 \in \mathbb{I}; \quad e) 8 \in \mathbb{R}.$$

4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

$$a) \frac{3}{2} \in \mathbb{N}; \quad b) \frac{3}{2} \in \mathbb{Z}; \quad c) \frac{3}{2} \in \mathbb{Q}; \quad d) \frac{3}{2} \in \mathbb{I}; \quad e) \frac{3}{2} \in \mathbb{R}.$$

5. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

$$a) -\sqrt{9} \in \mathbb{N}; \quad b) -\sqrt{9} \in \mathbb{Z}; \quad c) -\sqrt{9} \in \mathbb{Q}; \quad d) -\sqrt{9} \in \mathbb{I}; \quad e) -\sqrt{9} \in \mathbb{R}.$$

6. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

$$a) \sqrt{0,(4)} \in \mathbb{N}; \quad b) \sqrt{0,(4)} \in \mathbb{Z}; \quad c) \sqrt{0,(4)} \in \mathbb{Q}; \quad d) \sqrt{0,(4)} \in \mathbb{I}; \quad e) \sqrt{0,(4)} \in \mathbb{R}.$$

7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

$$a) \sqrt{2} \in \mathbb{N}; \quad b) \sqrt{2} \in \mathbb{Z}; \quad c) \sqrt{2} \in \mathbb{Q}; \quad d) \sqrt{2} \in \mathbb{I}; \quad e) \sqrt{2} \in \mathbb{R}.$$

8. Considerăm numărul real $x = \frac{4}{5}$. Scrieți:

$$a) \text{ opusul lui } x; \quad b) \text{ inversul lui } x; \quad c) \text{ modulul lui } x.$$

9. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

$$a) \sqrt{28} \notin \mathbb{Q}; \quad b) -\sqrt{12} \in \mathbb{I}; \quad c) -\sqrt{20} \in \mathbb{Q}; \quad d) \sqrt{45} \notin \mathbb{I}.$$

10. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

$$a) \sqrt{1\frac{9}{16}} \in \mathbb{Q}; \quad b) -\sqrt{3\frac{1}{8}} \notin \mathbb{I}; \quad c) -\sqrt{2\frac{8}{9}} \in \mathbb{I}; \quad d) \sqrt{1\frac{15}{49}} \notin \mathbb{Q}.$$

11. Se consideră mulțimea:

$$E = \left\{ \sqrt{16}; -\frac{3}{4}; \sqrt{17}; -8; 1,5; \sqrt{0,49}; 2,1(3); \sqrt{\frac{36}{23}}; -\sqrt{\frac{50}{2}}; 13 \right\}.$$